



TITLE:

# 衝撃波と渦の相互作用による散乱波(波の非線形現象の数理とその応用)

AUTHOR(S):

高山, 文雄; 徳川, 直子; 神部, 勉

---

CITATION:

高山, 文雄 ...[et al]. 衝撃波と渦の相互作用による散乱波(波の非線形現象の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 1996, 949: 72-81

ISSUE DATE:

1996-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/60302>

RIGHT:

## 衝撃波と渦の相互作用による散乱波

いわき明星大学理工学部 高山文雄 (Fumio Takayama)

東京大学理学部 徳川直子 (Naoko Tokugawa)

東京大学理学部 神部 勉 (Tutomu kambe)

### 1. はじめに

渦と衝撃波の干渉の問題は、流体力学の基礎的問題で古くから音響学的な観点から研究されてきた。また最近、Minota[1] や筆者ら [2] は高速渦輪に平面衝撃波を正面から干渉させた場合に、渦輪中心に衝撃波が収束し、高圧、高温、高密度場が発生する現象を、実験と数値解析から明らかにした。本研究は、渦と衝撃波の干渉において実験シャドウグラフ写真で観察される散乱波に着目し、実験と数値計算によりその伝播様相や流れ場の構造について解析を行ったものである。渦と衝撃波の干渉の実験は、無隔膜衝撃波管より駆動される衝撃波とその後方に発生するせん断流による渦を利用して行った。シャドウグラフ写真から、球面衝撃波、渦輪、散乱波の時間発展を解析した。数値計算は、基本的に対応する実験に合わせ、圧縮性 N-S 方程式を MacCormack - FCT 法で離散化して行った。計算で得られた結果は、コンピュータシャドウグラフに変換して実験と比較した。

### 2. 実験解析

渦輪と衝撃波の干渉は、Fig.1に示す実験装置を用いて行った。衝撃波が無隔膜衝撃波管で駆動され、この波が分岐されたパイプを通り対向したノズルより大気中に球面衝撃波として放出される。このとき球面衝撃波の後方にせん断流による渦輪が発生する。この渦輪と対向したノズルより発展してきた球面衝撃波との干渉をシャドウグラフ法により観察する。衝撃波管の高圧部に置ける気体は窒素で、4 atm から衝撃波を駆動する。ノズルの内径と外径は、それぞれ 10 mm と 14 mm である。対向するノズルは、62 mm 離れて設置

してある。左側における衝撃波管からノズルまでの長さは右より長くしてあるため、左からの衝撃波は、右からの衝撃波が大気中に放出された 60  $\mu\text{sec}$  後に遅れて放出される。実験で撮影した、シャドウグラフから球面衝撃波、渦輪、散乱波の時間発展を調べる。

### 3. 数値解析

#### 2.1 支配方程式

支配方程式は、質量保存式、圧縮性の Navier-Stokes 方程式、エネルギー保存式、化学種の保存式を用いる。これは

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r F}{\partial r} + \frac{\partial G}{\partial z} + H = 0 \quad (1)$$

で与えられる。ここで  $f$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  は、それぞれ

$$f = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \\ \rho Y_j \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \sigma_{rz} \\ \rho v^2 - \sigma_{rr} \\ \rho(e + \frac{p}{\rho})v - \frac{\mu}{\rho P_r} \frac{\partial h}{\partial r} - \sigma_{rr}v - \sigma_{rz}u \\ \rho Y_j v - \frac{\mu}{P_r} \frac{\partial Y_j}{\partial r} \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \sigma_{zz} \\ \rho uv - \sigma_{rz} \\ \rho(e + \frac{p}{\rho})u - \frac{\mu}{\rho P_r} \frac{\partial h}{\partial z} - \sigma_{rz}v - \sigma_{zz}u \\ \rho Y_j u - \frac{\mu}{P_r} \frac{\partial Y_j}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\sigma_{\phi\phi}}{r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

である。 $t$ 、 $\rho$ 、 $p$ 、 $u$ 、 $v$ 、 $e$ 、 $Y_j$ 、 $h$ 、 $\mu$ 、 $P_r$  は、それぞれ時間、密度、圧力、 $z$  軸方向の速度、 $r$  方向の速度、比エネルギー、化学種  $j$  の質量分率、エンタルピー、粘性係数、プラントル数を表す。ここでは、Lewis 数  $L_e$  は 1 と仮定した。 $\sigma_{zz}$ 、 $\sigma_{rr}$ 、 $\sigma_{rz}$ 、 $\sigma_{\phi\phi}$  はそれぞれ、応力を与える。また温度  $T$  における粘性係数  $\mu$  は、化学種  $j$  の温度  $T_0$  における分子粘性率  $\mu_{j0}$  とモル分率  $X_j$  を用いて、

$$\mu = \sum_j^n X_j \mu_{j0} \sqrt{T/T_0} \quad (2)$$

と表される。ここで、 $n$  は取り扱う化学種の総数を表す。

理想気体の状態方程式は、

$$p = \rho T R^0 \sum_j^n \frac{Y_j}{w_j} \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 $R^0$ 、 $w_j$  はそれぞれ気体定数、化学種  $j$  の分子量である。計算で用いた Prandtl 数は、 $P_r = 0.72$  とし、各化学種の分子量や粘性係数は、物性値表 [3] によった。

### 3.1 差分スキーム

差分スキームは、MacCormack 法に FCT smoothing 法を併用した [4]。これは時間分割法を用いて、

$$f^{n+2} = L_r(\Delta t)L_z(2\Delta t)L_r(\Delta t)f^n \quad (4)$$

で与えられる。ここで、 $L_r()$ 、 $L_z()$  は、それぞれ  $r$ 、 $z$  方向に関する MacCormack-FCT 差分演算子である。

### 3.2 初期、境界条件

初期、境界条件は、基本的に実験に対応したものをを用いた。計算領域は、Fig. 2 の円筒座標系の自由空間を考慮し、初期条件として自由空間に大気条件 (温度  $T_0 (= 300 \text{ K})$ 、圧力  $p_0 (= 101 \text{ kPa})$ ) で空気 (酸素、窒素) があり、かつ静止しているとした。また境界条件として、渦輪と衝撃波は、左右の壁の中央にある孔 (半径 5 mm) より窒素による衝撃波をそれぞれマッハ数  $M_L$ 、 $M_R$  で駆動することにより発生させた。両側の壁は計算の便宜上置いたもので実験とは異なっている。左端からの衝撃波  $S_L$  は、右端からの衝撃波  $S_R$  より  $60 \mu\text{sec}$  後に発生させた。ただし規格化定数は、 $l_0 = 1 \text{ mm}$ 、 $t_0 = 1 \mu\text{sec}$ 、 $T_0 = 300 \text{ K}$ 、 $u_0 = 1 \text{ m/sec}$  である。計算領域は、対称性を考慮して上半分とした。差分格子は、等間隔で  $z \times r = 500 \times 400$  で行った。計算では、衝撃波のマッハ数は渦の速度が実験と一致するように、 $M_L = M_R = 1.15$  とした。

## 4. 結果

Fig. 3 と Fig. 4 は、3 つの時間に対するそれぞれ実験シャドウグラフとコンピュータシャドウグラフである。コンピュータシャドウグラフは、密度  $\rho$  に対する空間 2 階微分  $\frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2}$  を中心差分で近似し、上半分の値を 256 階調の白黒でミラー反転表示したものである。実験の時間は衝撃波管による衝撃波を駆動させた時からのもので、一方計算は右から衝撃波を発生した時間としたため、これらの図に表示した時間は異なっている。衝撃波  $S_R$  が渦  $V_L$  と衝突した時間を基準とすれば、ほぼ同一時間のものである (実験の方が、 $4 \sim 5 \mu\text{sec}$  早い時間である)。これら 2 つの図を比較すると、計算における衝撃波  $S_R$  が左端の壁に衝突して反射する点 (Fig. 4 (b)) を除けば、球面衝撃波、渦輪、散乱波の伝播様相はほぼ一致している。これらの図より見られる特長的なことを以下に述べる。

- (a) 衝撃波  $S_L$ 、 $S_R$  がそれぞれ  $z$  軸に対して反対方向に進行している。衝撃波  $S_R$  は渦  $V_L$  と衝突し、衝撃波  $S_R$  の中央部は渦の逆方向の流れにより遅れて進行している (Fig. 3 (a)),

Fig. 4 (a))。

- (b) 衝撃波  $S_R$  は、左端の壁に衝突し反射波となって右方向に進行している (Fig. 4 (b))。衝撃波  $S_R$  と渦  $V_L$  の干渉により円形の散乱波  $W_L$  が発生している。一方の衝撃波  $S_L$  は、渦  $V_R$  と干渉を始めている (Fig. 3 (b), Fig. 4 (b))。
- (c) 衝撃波  $S_R$  と渦  $V_L$  の干渉によって発生した散乱波は大きな円形構造に発展している。一方衝撃波  $S_L$  と渦  $V_R$  の干渉によって、散乱波  $W_R$  が発生している。 $W_R$  は渦核を中心にした同心円の構造をとることが分かる。渦  $V_R$  の内部には、衝撃波や散乱波の複雑な構造が見られる (Fig. 3 (c), Fig. 4 (c))。

衝撃波や散乱波の形状を調べるために、Fig. 4 (a) および (c) の A および B 線上の密度のプロフィールを Fig. 5 に示す。Fig. 5 (a) は、球面衝撃波  $S_L$  の典型的な特長をよく示している。Fig. 5 (b) は、散乱波がある部分の密度を示しているが、振幅が小さくその形状は明白でない。散乱波の形状を明らかにするために、散乱波がある部分の領域に対し最小 2 乗直線近似を行い、その値を元の密度値から引き、これを散乱波の近似的な形状とした。散乱波  $W_R$  については、Fig. 6 に示すような形状が得られた。一方、散乱波  $W_L$  については、振幅が小さいことと後方から発展してくる波のためにその形状を同定できなかった。Fig. 6 が示すように、散乱波は単一の正弦波のような形状で、その振幅は大域密度の高々  $10^{-3}$  である。

散乱波が発展する流れ場を調べるために、Fig. 5 (b) に対応した線上の速度と温度を Fig. 7 に示す。渦に近い散乱波  $W_R$  がある位置の速度は、渦場の流れにより  $z$  軸負方向と  $r$  軸方向にそれぞれ 20 m/sec の早い流れがある。一方、渦から離れた散乱波  $W_L$  がある位置の速度は、 $z$  軸負方向と  $r$  軸方向にそれぞれ 5 m/sec 程である。このことから、渦の近傍には変化の大きな速度場があることが分かる。温度は渦のある位置の値が小さいこと以外、ほぼ 301 K 程で大気温度に近く、温度変化は小さい。

衝撃波、渦、散乱波に対する実験および数値計算で得られた  $z-t$  線図をそれぞれ Fig. 8 と Fig. 9 に示す。ここでの値は、ほぼ渦核が通過した線上で計測したものである (数値計算では、 $r/l_0 = 7.316$ )。両図は、散乱波  $W_L$ 、 $W_R$  が渦と衝撃波が衝突した時点で発生していることを示している。Table. 1 は、計算結果と実験結果に対するこれら諸量の伝播速度を比較したものである。この表から、渦の速度は実験と一致しているが、衝撃波、散乱波とも計算値の方が大きい。これは境界条件の違いや計測時間が実験に対して計算の方が短い

ため、速度の平均値が異なるものと考えられる。散乱波の速度が場の温度 ( $T = 300 \text{ K}$ ) における音速 ( $c = 347 \text{ m/sec}$ ) より大きいのは、Fig. 7 (a) で見たように渦場の速度の変化が大きく、これが散乱波の速度を増加させたためと考えられる。

Table.1 Comparison between the computation and the experiment for the shock waves, the vorticies and the scattered waves.

	numerical	experimental
shock wave $S_L$	347 m/sec	354 m/sec
shock wave $S_R$	362 m/sec	301 m/sec
vortex $V_L$	65 m/sec	66 m/sec
vortex $V_R$	67 m/sec	65 m/sec
scattered wave $W_L$	356 m/sec	337 m/sec
scattered wave $W_R$	349 m/sec	350 m/sec

## 5. 結論

対向する孔より球面衝撃波と渦輪を發展させ、それらの正面衝突による散乱波の発生と伝播する現象を実験と数値計算を用いて解析を行い、次のことが明らかになった。散乱波は渦核と衝撃波の干渉によって発生し、渦核を中心とする同心円的な伝播をする。散乱波は単一の正弦波に似た形状をとり、その伝播速度は渦場の流れが影響する。

## 参考文献

- [1] Minota T., "Interaction of Shock Wave with a Vortex Ring", *Fluid Dyn. Res.*, **12**, 335-332(1993).
- [2] Takayama F., *et al.*, "Self-intensification in shock wave and vortex interaction", *Fluid Dyn. Res.*, **12**, 343-345(1993).
- [3] 日本流体力学会編, 流体力学ハンドブック, 864-867(1987)
- [4] Kambe T. and Takayama F., "Compressive vortex ring and interaction with shock waves", *Computational Fluid Dynamics (M. Lesieur, P. Comte and J. Zinn-Justin, eds., Les Houches, Session LIX)*, 609-615(1993).

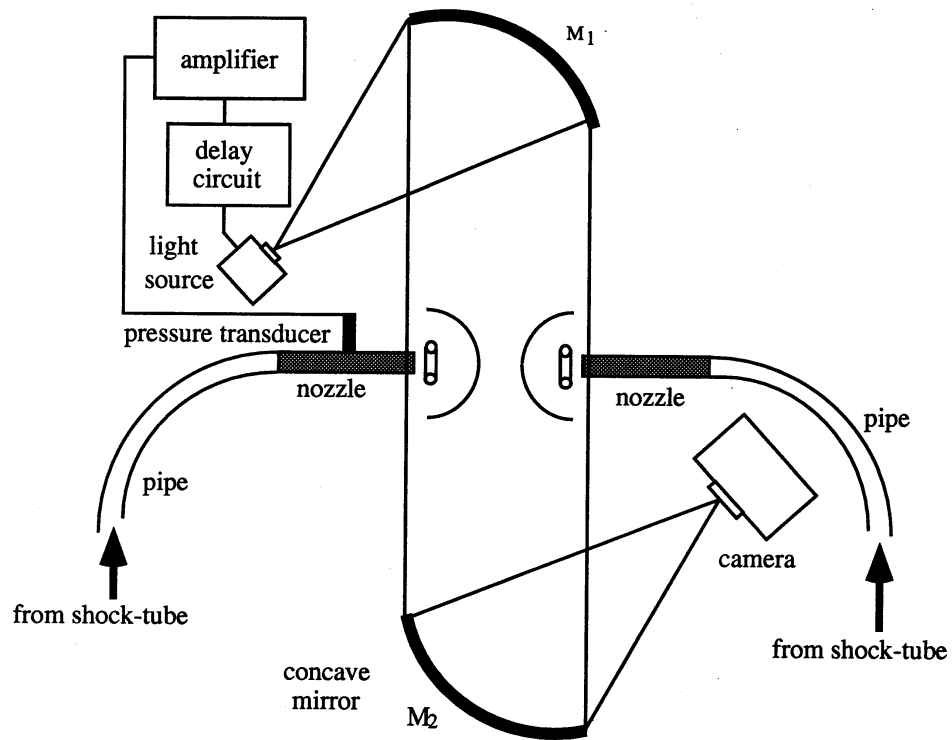


Fig. 1: Experimental apparatus.

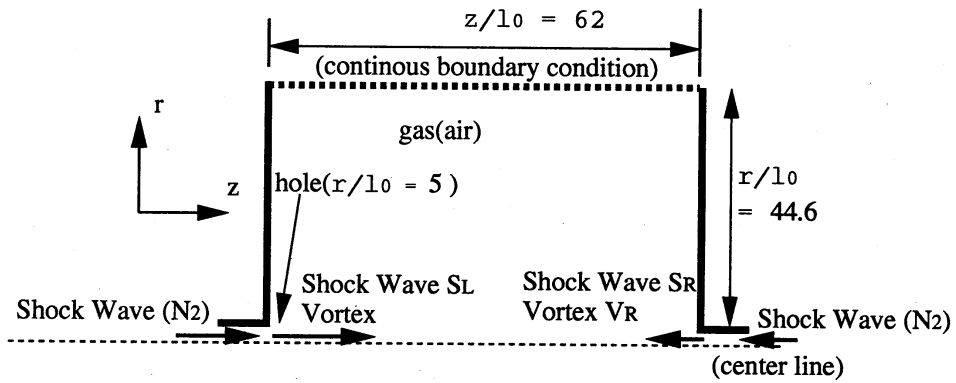


Fig. 2: Computational domain and boundary conditions in the  $z$  and  $r$ .

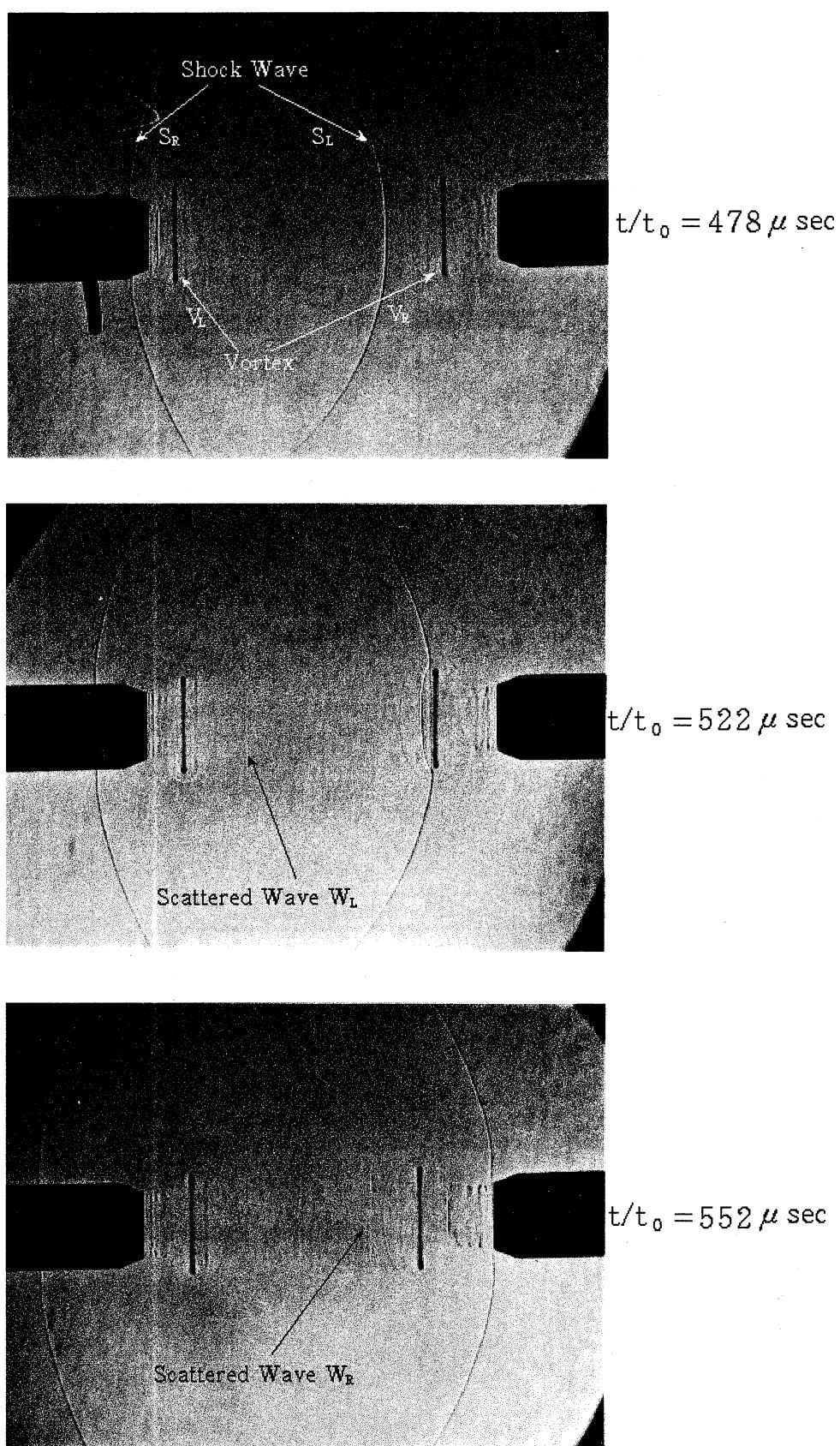


Fig. 3: Experimental shadowgraphs at three sequential times.



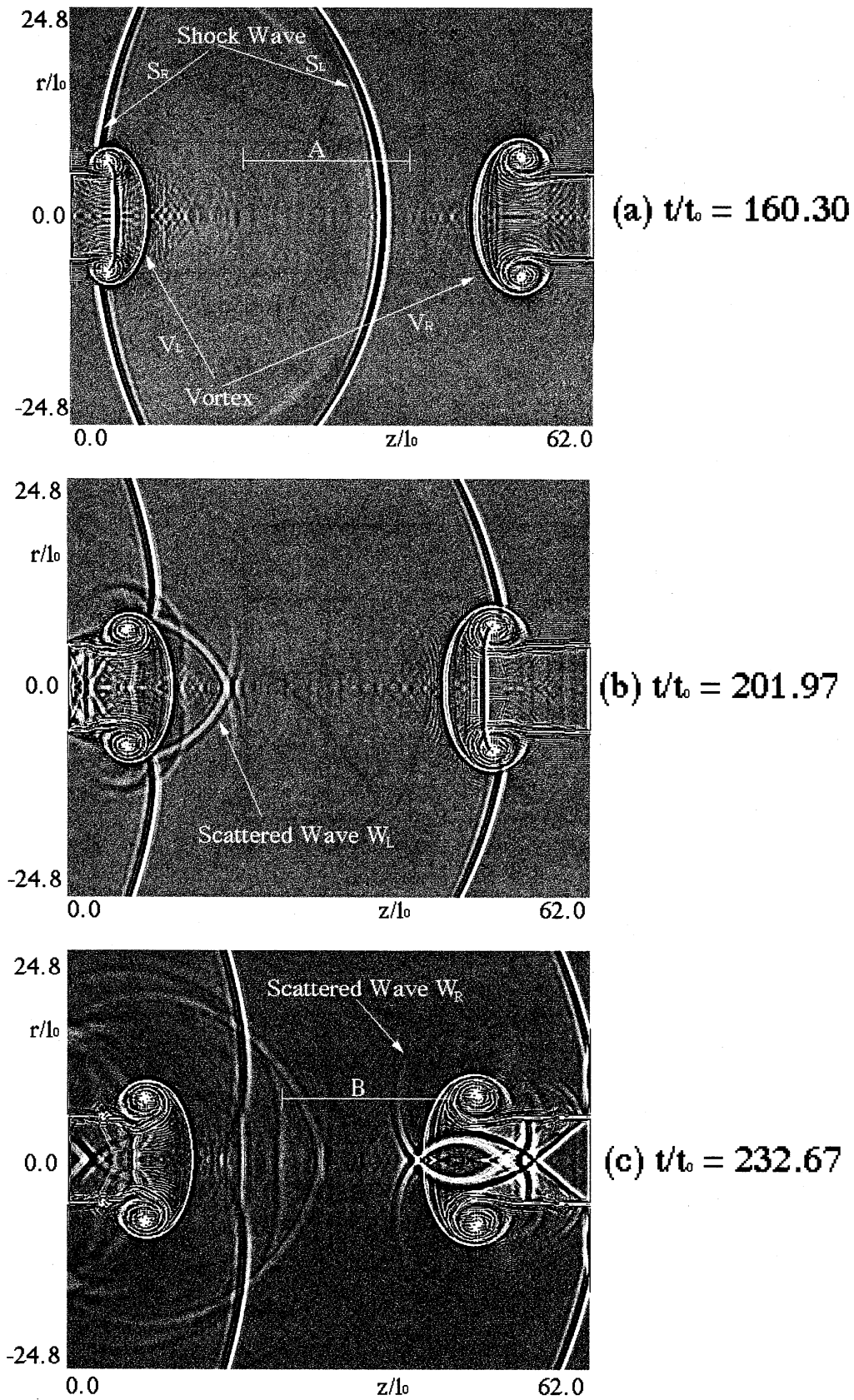


Fig. 4: Computer shadowgraphs at three sequential times.

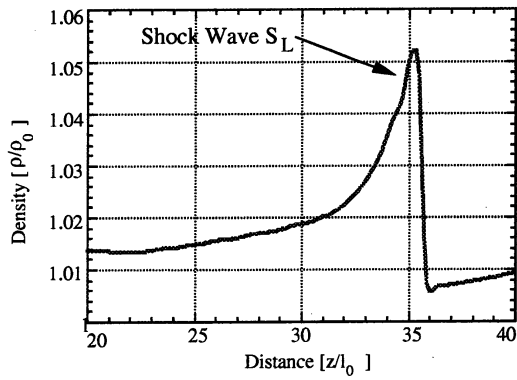
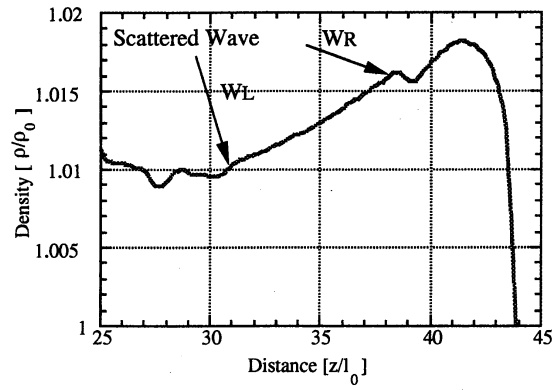
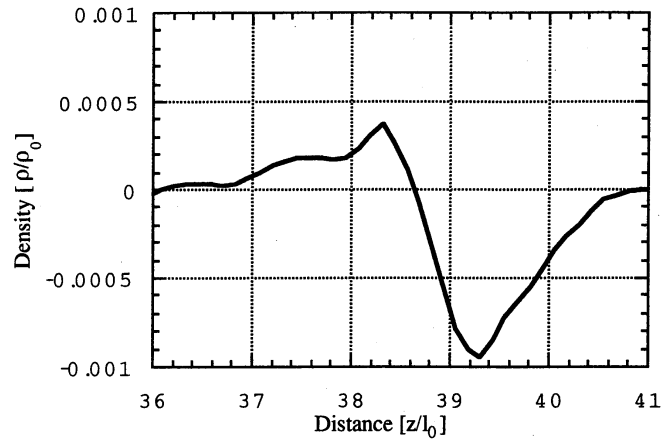
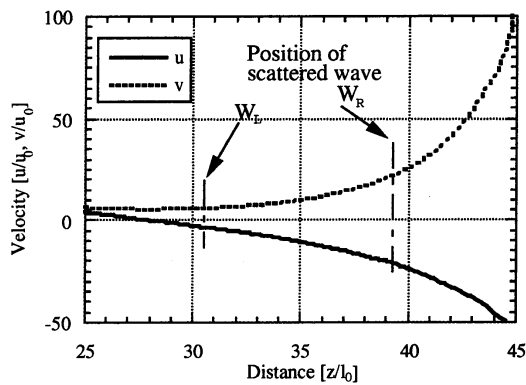
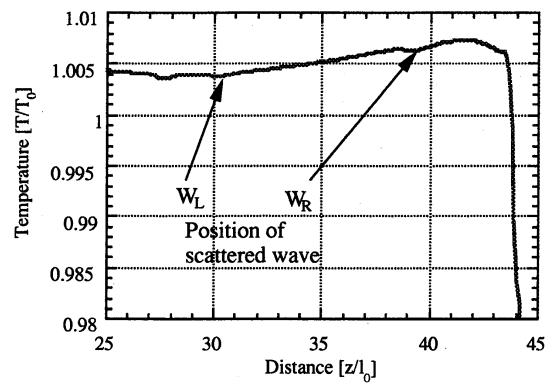
(a)  $t/t_0 = 160.30$ (b)  $t/t_0 = 232.67$ 

Fig. 5: Density profiles for a line A of Fig. 4 (a) and a line B of Fig. 4 (c).

Fig. 6: Shape of the scattered wave  $W_R$ .

(a) Velocity



(b) Temperature

Fig. 7: Profiles of velocity and temperature for a line B of Fig. 4 (c).

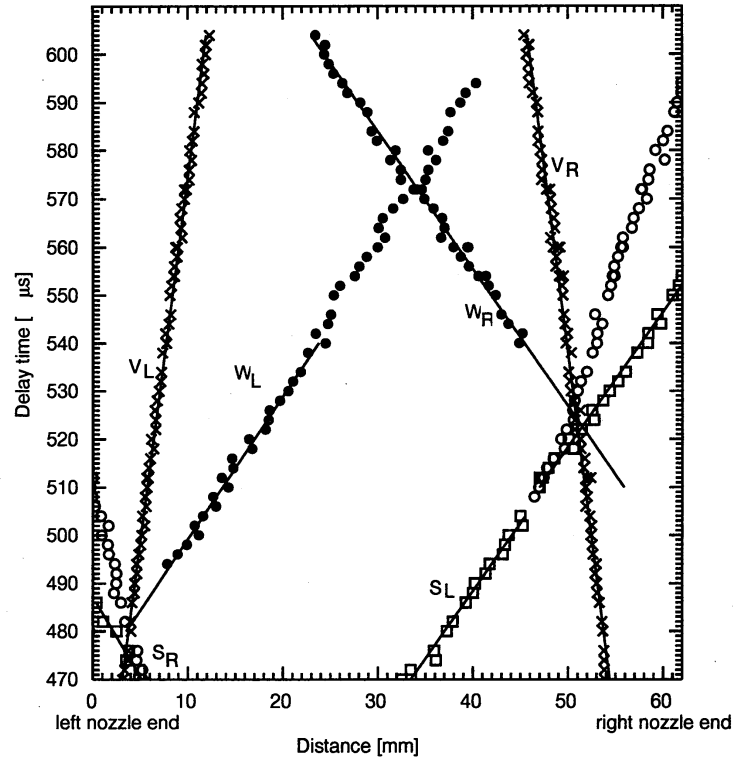


Fig. 8: Trace of the shock waves, vortices and scattered waves for the experiment.

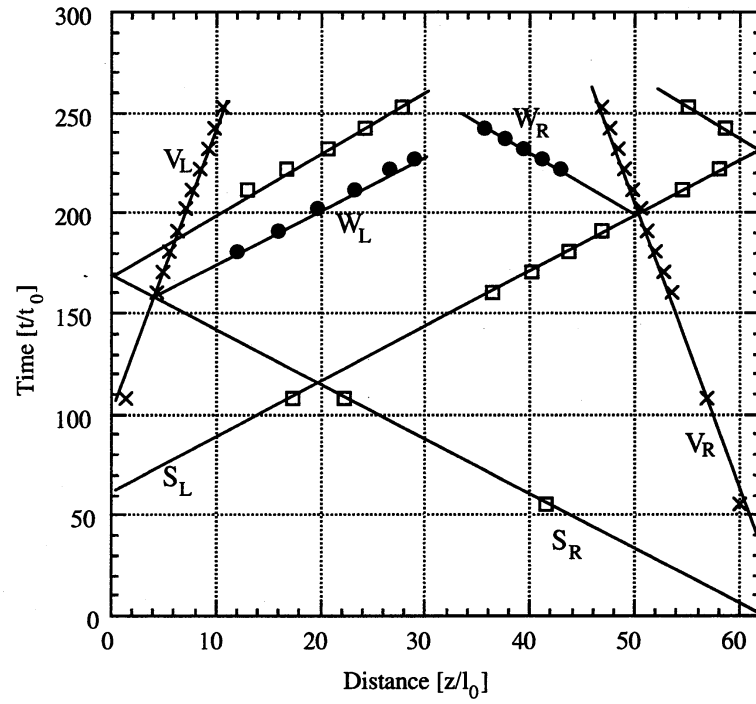


Fig. 9: Z-t diagram of the shock waves, vortices and scattered waves for the computation.